

associations suggested by GINGRICH and HENDERSON<sup>14</sup>.

The study of the magnetic susceptibilities of these alloys at different temperatures show that even if there were weak atomic associations at lower temperatures, such associations do not affect the additive properties of the alloys, as these weak associations would certainly break at higher temperatures. BOHM and KLEMM<sup>2</sup> have also studied the magnetic properties of the alkali metals and their alloys at some definite temperatures. They have shown that at  $-78^{\circ}\text{C}$  and  $20^{\circ}\text{C}$  the alloys obey additivity, though at  $-183^{\circ}\text{C}$  they have recorded a small fall

in the paramagnetism of the alloy of composition  $\text{Na}_2\text{K}$ . But this lowering in the value was within their experimental error. With  $\text{Na}_2\text{Cs}$  system this lowering was appreciable at  $100^{\circ}\text{C}$ . If this lowering in the paramagnetism of the alloy is an indication for the formation of a compound there is no such definite indication for Na-K system. In this respect their results are in agreement with those of the present investigation. Hence the magnetic study of the Na-K system seems to favour the idea that these alloys in the liquid state behave more or less like liquid mixtures, with no great structural change or compound formation.

## Ultrarotes Spektrum und Trägerbeweglichkeit im Eigenleitungsbereich von Silicium

Von F. R. KESSLER und J. SCHNELL

Aus dem II. Physikalischen Institut der Universität Köln

(Z. Naturforschg. **13 a**, 458—461 [1958]; eingegangen am 27. März 1958)

An eigenleitendem Silicium wurden im Temperaturbereich zwischen 300 und  $1000^{\circ}\text{K}$  Leitfähigkeit und Ultrarotabsorption gemessen, letztere zwischen 1,0 und  $3,5\ \mu$ . Die Wellenlängenabhängigkeit entspricht der DRUDE-ZENER-FRÖHLICHschen Theorie für die Absorption freier Ladungsträger. Dieser Theorie entsprechend wird durch die Quotientenbildung beider Meßwerte die zunächst unbekannte Trägerzahl eliminiert und quantitativ die Elektronenbeweglichkeit und ihre Temperaturabhängigkeit gewonnen ( $b_E[\text{cm}^2/\text{V sec}] = 1,85 \cdot 10^6 T^{-1,5}$ ). Auch die sich daraus ergebende Trägerzahl ( $N_E[\text{cm}^{-3}] = 5,71 \cdot 10^{16} T^{1,5} \exp[-1,16/2 k T]$ ) stimmt mit der von anderen Autoren aus dem HALL-Effekt bestimmten überein. Die Theorie wird damit der experimentellen Absorption im Durchlaßbereich jenseits der Bandkante gerecht. Aus der Verschiebung der Bandkante mit der Temperatur wird die Temperaturabhängigkeit des Bandabstandes ermittelt.

Die durch die Anwesenheit freier Ladungsträger bedingte optische Absorption von Germanium im ultraroten Spektralbereich jenseits der Bandkante übersteigt die aus elektrischer Leitfähigkeit und Trägerzahl mit der DRUDE-ZENER-FRÖHLICHschen Theorie errechneten Werte um mehrere Größenordnungen<sup>1</sup>. Die effektiven Massen der Träger gehen in den Absorptionskoeffizienten quadratisch ein, so daß bei n-Germanium eine brauchbare Erklärung<sup>2</sup> durch Verringerung der effektiven Elektronenmasse auf  $0,1 m_0$  möglich ist. In der Eigenleitung ist jedoch die Abweichung noch 20-mal größer. Hier hat erst die Berücksichtigung der Entartung des Valenzbandes und die daraus folgende Anwesenheit von

zwei verschiedenen Löchermassen und Dichten eine befriedigende Übereinstimmung herbeigeführt<sup>3</sup>.

Bei Silicium waren analoge, aber viel kleinere Abweichungen im Fremdleitungsbereich bekannt<sup>1</sup>. Da in der Eigenleitung der Einfluß der Träger am reinsten und reproduzierbarsten beobachtet werden kann, andererseits Zyklotronresonanzmessungen bei tiefen Temperaturen auch hier die Entartung des Valenzbandes gezeigt hatten<sup>4</sup>, lag es nahe, den Ansatz mit drei Ladungsträgerarten auch hier zu prüfen.

Bei der kleinen Abweichung von Experiment und Rechnung verliert die Prüfung jedoch erheblich an Überzeugungskraft infolge der Unsicherheit in der

<sup>1</sup> H. Y. FAN u. M. BECKER, *Semiconducting Material*, Butterworth Scientific Publications Ltd., London 1951.

<sup>2</sup> A. H. KAHN, *Phys. Rev.* **97**, 1647 [1955].

<sup>3</sup> R. KESSLER, *Z. Naturforschg.* **11 a**, 763 [1956].

<sup>4</sup> R. N. DEXTER u. B. LAX, *Phys. Rev.* **96**, 223 [1954]. — R. N. DEXTER, H. J. ZEIGER u. B. LAX, *Phys. Rev.* **104**, 637 [1956].



Bestimmung der Trägerzahlen und Beweglichkeiten. Die Bestimmung der Ladungsträgerbeweglichkeiten und deren Temperaturabhängigkeit im *Eigenleitungs-*bereich von Halbleitern ausschließlich aus Leitfähigkeits- und HALL-Effektmessungen stößt insofern auf Schwierigkeiten, als einerseits in der Leitfähigkeit das Produkt der Beweglichkeit ( $b$ ) und der Trägerzahl ( $N$ ) auftritt und andererseits u. U. der HALL-Effekt unsichere Ergebnisse liefert, weil sich die HALL-Spannungen von Elektronen und Löchern zum Teil kompensieren.

Die bisher angegebenen Beweglichkeiten sind infolgedessen ausschließlich aus dem Fremdleitungs-bereich extrapoliert<sup>5,6</sup>. Daraus folgt ferner, daß z. B. bei Silicium die Zahl der Elektronen im Eigenleitungs-bereich nicht genau bekannt ist, sie schwankt in der zitierten Literatur um den Faktor 2.

Es erschien daher zweckmäßig, an Silicium die Leitfähigkeitsmessung und die Ultrarotabsorption der freien Ladungsträger von vornherein mit der Annahme dreier Trägersorten zu deuten und durch die Kombination beider Messungen die *Trägerzahl* zu eliminieren. So läßt sich die Beweglichkeit der Träger im Eigenleitungs-bereich gewinnen und mit anderen experimentellen Ergebnissen vergleichen.

Der optische Absorptionskoeffizient ist wegen des gegenläufigen Temperaturganges von Trägerzahl und Beweglichkeit und wegen des Auftretens des Quotienten beider Größen besonders empfindlich gegen Abweichungen in diesen Temperaturgängen.

$$K = \frac{16\sqrt{\pi} e^3}{9 c n (2\pi c)^{1,5}} \left( \frac{\hbar}{kT} \right)^{1/2} \quad (1)$$

$$\cdot \left( \frac{N_E}{m_E^{*2} b_{EK}} + \frac{N_1}{m_1^{*2} b_{1K}} + \frac{N_2}{m_2^{*2} b_{2K}} \right) \lambda^{1,5},$$

$$\sigma = e(N_E b_{E\sigma} + N_1 b_{1\sigma} + N_2 b_{2\sigma}). \quad (2)$$

Index E=Elektronen; Index 1 bzw. 2=schwere bzw. leichte Löcher; Index  $\sigma$  (in  $\Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ ) bzw. K (in  $\text{cm}^{-1}$ )=Gewinnung der Beweglichkeit aus Leitfähigkeit bzw. Absorptionskoeffizient;  $n$ =Brechungsindex<sup>7</sup>.

Die Ultrarotabsorption wurde an Silicium-Einkristallen ( $\varrho_{20^\circ\text{C}} = 45,8 \Omega \text{cm}$ ), die im Hochvakuum durch Strahlung bis  $1000^\circ\text{K}$  erhitzt wurden, gemessen im Spektralbereich zwischen  $1,0$  und  $3,5 \mu$ . Die optische Anordnung gestattete die gleichzeitige Mes-

sung der direkten, durchgelassenen und reflektierten Strahlung, so daß die Untersuchung einer Proben-dicke genügt, wenn man die neben dem hohen Absorptionskoeffizienten nicht ins Gewicht fallende Streuung<sup>8</sup> vernachlässigt. Der Strahlungsempfänger hinter dem Monochromator spricht nur auf die Strahlung der intermittierenden Lichtquelle an, so daß die starke Eigenstrahlung der glühenden Probe, die sich vor dem Monochromator befand, eliminiert war.

Abb. 1 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit, die in der gleichen Probenhalterung mit

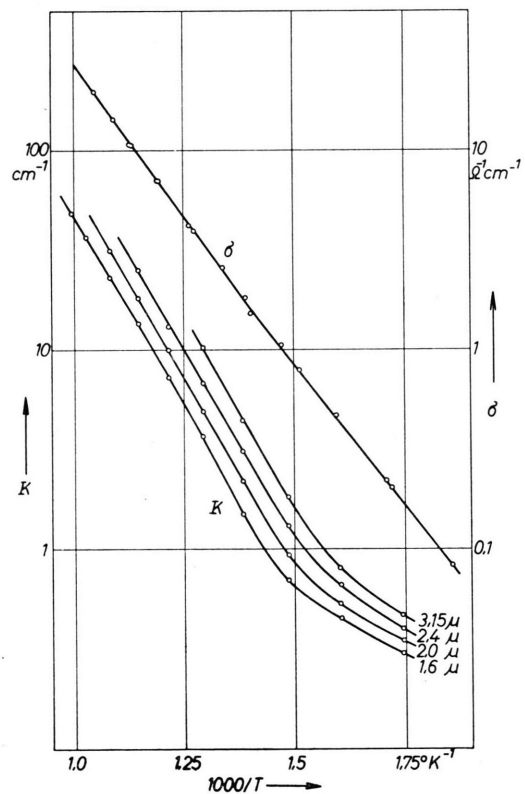


Abb. 1. Leitfähigkeit ( $\sigma$ ) und Absorptionskoeffizient ( $K$ ) bei verschiedenen Wellenlängen aufgetragen gegen  $1/T$ .

Hilfe von Strom- und Spannungssonden gleichzeitig mit den optischen Messungen bestimmt wurde.

Das Spektrum (Abb. 2) bei verschiedenen Temperaturen zeigt hinter der Bandkante einen Anstieg

<sup>5</sup> G. L. PEARSON u. J. BARDEEN, Phys. Rev. **75**, 865 [1949].

<sup>6</sup> F. J. MORIN u. J. P. MAITA, Phys. Rev. **96**, 28 [1955].

<sup>7</sup> Es wurden die Werte verwendet von H. B. BRIGGS, Phys. Rev. **77**, 287 [1950].

<sup>8</sup> Nach W. KAISER, Phys. Rev. **105**, 1751 [1957], ergibt sich nach der Wärmebehandlung (ca.  $1300^\circ\text{K}$ ) von sauerstoffhaltigem Silicium durch Streuung eine Extinktion entsprechend einem Absorptionskoeffizienten von etwa  $0,4 \text{ cm}^{-1}$  bei  $1,5 \mu$ .

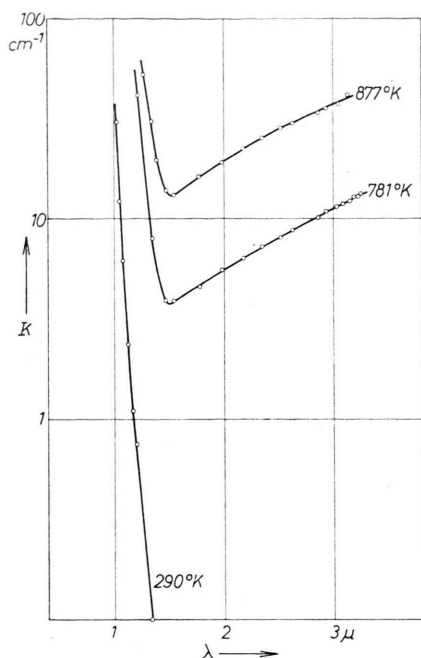


Abb. 2. Spektrum des Absorptionskoeffizienten ( $K$ ) bei verschiedener Temperatur.

mit  $\lambda^{1,54}$  bei  $877^\circ\text{K}$  und mit  $\lambda^{1,66}$  bei  $781^\circ\text{K}$  in guter Übereinstimmung mit der angegebenen Formel, ein Beweis, daß die Absorption ausschließlich freien Ladungsträgern zuzuordnen ist und nicht selektiven Übergängen innerhalb der Bänder.

Abb. 1 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Absorption bei verschiedenen Wellenlängen. Bei tieferen Temperaturen weichen die Kurven von der Exponentialfunktion ab und münden, wie bei Germanium<sup>9</sup>, in eine konstante „Grundabsorption“ ein. Sie erscheint im betrachteten Wellenlängenbereich unabhängig von der Wellenlänge und beträgt ca.  $K = 0,2 \text{ cm}^{-1}$  innerhalb der Fehlergrenzen, die sich bei so schwachen Absorptionswerten ergeben. Bei Germanium lag die Grundabsorption etwa zwischen  $K = 0,08$  und  $3,0 \text{ cm}^{-1}$ .

Die Berechnung der Beweglichkeiten erfolgt unter der Übernahme der effektiven Massen ( $m^*$ ) aus Zyklotronresonanzmessungen<sup>4</sup>. Ebenso wird daraus übernommen das Beweglichkeitsverhältnis ( $b_1/b_2 = 1/3,4$ ) und das Zahlenverhältnis ( $N_1/N_2 = 5,0$ ) der beiden Löchersorten. Aus Neutralitätsgründen ist

$$N_E = N_1 + N_2.$$

Aus dem von PEARSON und BARDEEN<sup>5</sup> zu 3,0 ermit-

<sup>9</sup> J. JAUMANN u. R. KESSLER, Z. Naturforschg. **11 a**, 387 [1956].

telten Verhältnis der Elektronen- und gemittelten Löcherbeweglichkeit

$$\frac{b_E}{b_L} = 3,0 = \frac{b_E}{(5/6) b_1 + (1/6) b_2} \quad (3)$$

folgt  $b_E/b_1 = 4,2$ .

Bildet man aus Leitfähigkeit und Absorptionskoeffizient den Quotienten (Abb. 3), so erhält man

$$b_{E0} b_{EK} = 3,45 \cdot 10^{12} T^{-2,85} \text{ (in } [\text{cm}^2/\text{Vsec}]^2 \text{)}. \quad (4)$$

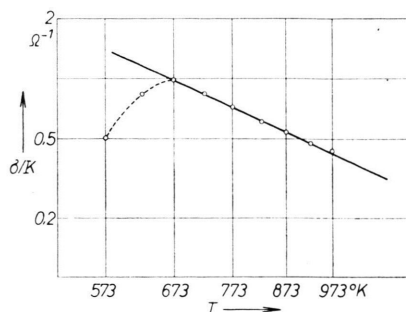


Abb. 3. Der Quotient  $\sigma/K$  aufgetragen gegen die Temperatur in doppelt logarithmischer Darstellung: Die gestrichelte Abweichung von der Geraden mit der Temperaturabhängigkeit  $T^{-2,85}$  entsteht durch den Einfluß der Grundabsorption.

Dieser Temperaturgang ist völlig unabhängig von der Trägerzahl, nur ein Temperaturgang des Zahlenverhältnisses der zwei Löchersorten könnte einen kleinen Einfluß übriglassen. Es handelt sich also bei dem Ergebnis nur um den Temperaturgang des Produktes aus optisch und elektrisch ermittelter Beweglichkeit.

Die kleinste Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit ergibt sich bei reiner Gitterstreuung und sphärischen Energieflächen zu  $T^{-1,5}$ , für das Produkt zu  $T^{-3}$ . Wenn nicht die Verhältnisse der Beweglichkeiten bzw. Massen der drei Trägersorten stark von der Temperatur abhängen, kann keine der beiden Beweglichkeiten einen wesentlich größeren Exponenten als  $3/2$  haben. Dies spricht für die von der Theorie geforderte Gleichheit von optisch und elektrisch ermittelter Beweglichkeit.

Die schwache Abweichung vom Exponenten  $3/2$  erklärt sich zwanglos mit der auch anderweitig beobachteten Zunahme der effektiven Massen. Nimmt man deren Temperaturabhängigkeit näherungsweise für alle Massen gleich an, so ergäbe sich

$$m^* = m_{4^\circ\text{K}}^* T^{0,075} \text{ für } T > 300^\circ\text{K}. \quad (5)$$

Läßt man temperaturabhängige Beweglichkeits- bzw. Massenverhältnisse zu, so kann man sich an einen

anderen Temperaturgang der effektiven Massen anpassen, mehrmals höhere Abweichungen vom Exponenten 3 wie die obige könnte man aber auf diese Weise nicht erklären.

Quantitativ erhält man damit:

$$b_E = 1,85 \cdot 10^6 T^{-1,5} \text{ cm}^2/\text{Vsec} \quad (6)$$

in guter Übereinstimmung mit der von PEARSON und BARDEEN gefundenen Beweglichkeit ( $1,5 \cdot 10^6 T^{-1,5} \text{ cm}^2/\text{Vsec}$ ), die teilweise im gleichen Temperaturbereich, jedoch in der Fremdleitung, aus Leitfähigkeits- und HALL-Effektmessungen bestimmt wurde. Die von MORIN und MAITA<sup>6</sup> aus dem Anschluß an Driftbeweglichkeitsmessungen *extrapolierten* „Leitfähigkeitsbeweglichkeiten“ weichen davon erheblich ab.

Für die Zahl der Elektronen im Eigenleitungs-bereich von Silicium erhält man:

$$N_E = 5,71 \cdot 10^{16} T^{1,5} \exp(-\Delta E_0/2 k T) \text{ cm}^{-3} \\ \text{mit } \Delta E_0 = 1,16 \text{ eV}. \quad (7)$$

Da, in Umkehrung der Berechnung, die Theorie der gefundenen Absorption durchaus quantitativ gerecht wird, besteht im Rahmen dieser Untersuchung keine Veranlassung zur Annahme weiterer – insbesondere selektiver<sup>10</sup> – Absorptionsmechanismen.

Zum Schluß sei die sich aus der Verschiebung der Absorptionskante mit der Temperatur ergebende Abnahme des Bandabstandes  $\Delta E$  mitgeteilt. Im Anschluß an die Messungen von MacFARLANE und Ro-

BERTS<sup>11</sup> ergibt sich damit die Temperaturabhängigkeit von  $\Delta E$  in dem jetzt bis 1000 °K erweiterten Temperaturbereich entsprechend Abb. 4. Das aus der Trägerzahl Gl. (7) ermittelte  $\Delta E_0$  (Index Null für  $T=0$ ) stimmt mit dem entsprechenden optischen Wert bis auf 2% überein.

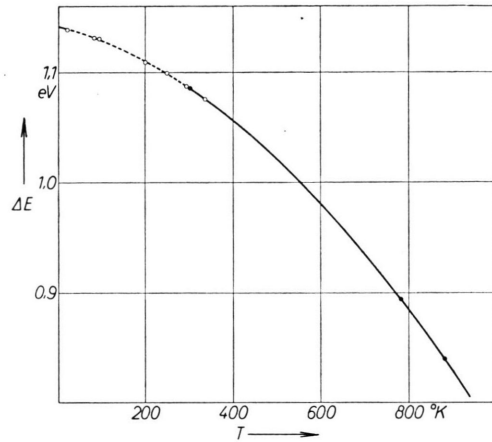


Abb. 4. Temperaturabhängigkeit des Bandabstandes  $\Delta E$ . Der gestrichelte Kurventeil ist den Angaben von MacFARLANE und ROBERTS entnommen (Anpassung für  $T=300$  °K).

Die Verfasser danken dem Institutsdirektor Herrn Professor Dr. J. JAUMANN sehr herzlich für die zur Verfügung gestellten Apparaturen und für fördernde Diskussionen. Der Dank gilt ferner Herrn Professor Dr. K. SEILER und der Süddeutschen Apparate-Fabrik, Nürnberg, für die Überlassung der Silicium-Einkristalle und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Bereitstellung von Monochromator und Strahlungsempfänger.

<sup>10</sup> W. SPITZER u. H. Y. FAN, Phys. Rev. **103**, 268 [1957].

<sup>11</sup> G. G. MacFARLANE u. V. ROBERTS, Phys. Rev. **98**, 1865 [1955].

# Der Geometrieinfluß auf den transversalen magnetischen Widerstandseffekt bei rechteckförmigen Halbleiterplatten

VON HANS JOACHIM LIPPMANN und FRIEDRICH KUHRT

Aus dem Laboratorium der Zentralwerksverwaltung der Siemens-Schuckertwerke AG, Nürnberg

(Z. Naturforsch. 13 a, 462–474 [1958]; eingegangen am 20. März 1958)

Die Widerstandserhöhung eines Elektronenleiters im transversalen Magnetfeld hat zwei Ursachen: Abnahme der Trägerbeweglichkeit (physikalischer Widerstandseffekt) und Ablenkung der Strombahnen (geometrischer Widerstandseffekt). Für rechteckige Halbleiterplatten wird der Geometrieanteil der Widerstandserhöhung durch Lösung des Randwertproblems einer stromdurchflossenen Platte im transversalen Magnetfeld berechnet. Die Methode der konformen Abbildung führt für den Widerstand auf einen Integralausdruck, der für kleine und große HALL-Winkel  $\Theta$  entwickelt wird. Der Geometrieinfluß auf die Widerstandserhöhung ist für kleine Magnetfelder quadratisch in  $\Theta$ , für große Magnetfelder und endliche Seitenverhältnisse der rechteckförmigen Platten dagegen stets linear in  $\tan \Theta$ . Das Übergangsgebiet zwischen kleinen und großen HALL-Winkeln wird durch numerische Auswertung des Integralausdruckes erschlossen. Für den Spezialfall quadratischer Platten wird die Feldabhängigkeit des Widerstandes durch eine für alle  $\Theta$  gültige elementare Funktion beschrieben.

Bringt man einen Elektronenleiter in ein transversales magnetisches Feld, so nimmt sein Widerstand zu. Dieser experimentelle Befund wird als transversaler magnetischer Widerstandseffekt, im folgenden kurz als Widerstandseffekt bezeichnet. Der Widerstandseffekt ist um so größer, je höher die Elektronenbeweglichkeit des elektrischen Leiters ist. Materialien mit einem großen Widerstandseffekt sind neben Wismut mit einer Elektronenbeweglichkeit von  $6000 \text{ cm}^2/\text{V sec}$ , die durch WELKER und Mitarbeiter bekanntgewordenen III-V-Verbindungen, insbesondere Indiumantimonid und Indiumarsenid mit Elektronenbeweglichkeiten von etwa  $60\,000 \text{ cm}^2/\text{V sec}$  bzw.  $20\,000 \text{ cm}^2/\text{V sec}$ <sup>1</sup>.

Die Widerstandserhöhung eines Elektronenleiters im transversalen Magnetfeld hat zwei Ursachen, den „physikalischen“ und den „geometrischen“ Widerstandseffekt<sup>2</sup>.

Der physikalische Widerstandseffekt beschreibt die Abnahme der spezifischen Leitfähigkeit  $\sigma$  eines Stoffes im transversalen Magnetfeld  $B$ . Durch die ablenkende Wirkung des Magnetfeldes werden die Elektronen daran gehindert, während des freien Fluges zwischen zwei Stößen der angelegten elektrischen Feldstärke mit der vollen, dem magnetfeldfreien Fall entsprechenden Driftgeschwindigkeit zu folgen. Die geringere Driftgeschwindigkeit der Elektronen entspricht einer kleineren Beweglichkeit  $\mu$  und damit einer Abnahme der spezifischen Leitfähigkeit  $\sigma$ .

Nur bei langgestreckten Proben ist der physikalische Widerstandseffekt die alleinige Ursache für die Widerstandserhöhung im Magnetfeld. Für die Messung der Materialgröße  $\sigma$  als Funktion des Magnetfeldes  $B$  müssen daher möglichst lang gestreckte Proben verwendet werden.

Zu dem beschriebenen „physikalischen“ Widerstandseffekt tritt zusätzlich eine Widerstandserhöhung, die durch die Ablenkung der makroskopischen Strombahnen verursacht wird. Der Strom durchsetzt den Leiter also nicht mehr auf dem kürzesten Wege von einer Elektrode zur anderen, sondern je nach der Geometrie der Probe werden die Strombahnen mehr oder weniger seitlich abgedrängt. Die durch die Verlängerung der Strombahnen und die Verkleinerung ihrer Querschnitte bedingte Widerstandserhöhung wird als „geometrischer“ Widerstandseffekt bezeichnet.

Vergleicht man den „physikalischen“ und „geometrischen“ Widerstandseffekt hinsichtlich ihrer Größe, so findet man, daß der überwiegende Anteil der Widerstandserhöhung durch den Geometrie-effekt bedingt ist. Während z. B. bei Indiumantimonid mit einer Beweglichkeit von  $40\,000 \text{ cm}^2/\text{V sec}$  der spezifische Widerstand bei einem Magnetfeld von  $10\,000 \text{ G}$  auf das 1,5-fache ansteigt, beträgt die Widerstandserhöhung endlicher Proben bei geeigneter Wahl der Probenform das 10–20-fache des Widerstandswertes beim Magnetfeld Null.

Im folgenden wird der geometrische Widerstandseffekt bei rechteckförmigen Proben, d. h. der Geometrieinfluß auf die Widerstandserhöhung von

<sup>1</sup> H. WELKER, Elektrotechn. Z. 76, 513 [1955].

<sup>2</sup> H. WEISS u. H. WELKER, Z. Phys. 138, 322 [1954].